ОТЗЫВ
официального оппонента на диссертационную работу Гим Метак Хамза Гим "Однопараметрические канонические полугруппы и корректные задачи без начальных условий для дифференциальных уравнений в банаховом пространстве"

Общая идея использования групповых методов для исследования дифференциальных уравнений была высказана на рубеже 20–го века Жаком Адамаром, а активное применение теории полугрупп и групп операторов к исследованию дифференциальных уравнений с частными производными началось в середине 20-го века в работах таких известных математиков, как Э.Хилле, Р.Филиппса, К.Иосиды, В.Феллера, С.Г.Крейна, С.Мизохаты, Х.Танабе, П.Е.Соболевского. Эта теория нашла многочисленные плодотворные применения при исследовании абстрактных задач Коши в различных функциональных пространствах, параболических и гиперболических уравнений, при изучении случайных процессов.

Методы теории полугрупп и групп операторов в последнее время также активно используются в задачах для уравнений с различными формами дробных производных. В этом направлении отметим известные работы Е.Бажлековой, А.В.Глушака, А.Н.Кочубея, А.В.Костина и ряд других.

Этой тематике посвящена настоящая диссертация. В ней используются методы общей теории линейных полугрупп преобразований, в соответствии с работами Э.Хилле, Р. Филипса, К. Иосиды, С.Г. Крейна, М.А. Красносельского и др., где главными инструментами исследования являются методы однопараметрических полугрупп, групп и косинусных функций.

В теории уравнений параболического типа важное место занимают однопараметрические полугруппы линейных преобразований $T(t)$, $t \geq 0$, называемые каноническими и определяемые соотношением $T(\alpha \oplus \beta) \doteq T(\alpha)T(\beta)$, где α, β — действительные или комплексные числа. При этом в системе рассматриваемых чисел можно выделить множество полугрупп, соответствующих разнообразным операциям сложения.

В настоящей диссертации используется подход В.А. Костина введения широкого класса канонических полугрупп вида

$$T_{\rho,h}(t)\varphi(x) = \varphi[h^{-1}(h(x) + \rho(t))],$$

со сложением

$$x \oplus t = \rho^{-1}[\rho(x) + \rho(t)].$$

Здесь $x \in (a, b) \subset \mathbb{R}$, $t \in \mathbb{R}^+$, функции $h(x)$ и $\rho(t)$ положительные и строго монотонно возрастающие, функция $\varphi(x)$ из соответствующего функционального пространства. В случае $\rho(t) = t$ сложение обычное, т.е. $x \oplus t = x + t$.

Диссертация состоит из введения, трех глав, разбитых на 19 параграфов, литературы из 58 наименований. Общий объем диссертации— 88 стр.

Во введении обосновывается выбор темы и её актуальность для теории дифференциальных уравнений, приводится краткий исторический обзор и формулировка основных результатов работы.

В первой главе приводятся необходимые определения и обозначения теории полугрупп операторов. Вводятся понятия канонической полугруппы, обобщённого сложения, при этом используется подход не через функциональные уравнения, а через дифференциальные уравнения. Доказываются теоремы об оценках введённых полугрупп, равномерной корректности краевых задач для соответствующих дифференциальных уравнений.

Во второй главе настоящей диссертации методами теории сильно непрерывных полугрупп линейных операторов рассматривается задача отыскания решения уравнения

$$\frac{\partial u(t,x)}{\partial t} = \alpha(t)\frac{\partial^2 u(t,x)}{\partial x^2} + \gamma(t)u(t,x),$$

$x \in (0,\infty)$, $t \in (a,b) \subset \mathbb{R} = (-\infty,\infty)$, удовлетворяющая условиям

$$u(t,0) = u_0(t), \qquad u(t,\infty) = 0,$$

где $\alpha(t)$, $\gamma(t)$— произвольные непрерывные на (a,b)– функции, $u_0(t)$— элементы некоторого банахова пространства.

Эти исследования приводят к необходимости изучения дробных степеней операторов. Частный случай, когда $\alpha(t)$ и $\gamma(t)$— const, рассмотрен в монографии Ю. Бабенко, а также в работах В.В. Учайкина, Ф. Майнарди и др. Однако, как правило, проводимые при этом исследования касаются только вопросов существования решений соответствующих задач и их интегро–дифференциальным представлениям. Вопрос же устойчивости решений по исходным данным, один из основных при установлении корректной разрешимости, в этих работах, как правило, не обсуждается.

Во второй главе приведены результаты автора по корректной разрешимости задач диффузии в различных постановках, в том числе имеющих прикладное значение.

В третьей главе диссертации по аналогии с системами дифференциальных операторов Бесова–Никольского вводятся системы C_0– операторных многочленов, то есть многочленов над полем комплексных чисел от производящего оператора сильно непрерывной полугруппы линейных операторов в банаховом пространстве, для которых устанавливаются неравенства коэрцитивности. Результаты используются для исследования корректной разрешимости полигармонического уравнения С.Л. Соболева в пространствах $W_l^p(\mathbb{R}^n)$, а также для обыкновенных дифференциальных уравнений с особенностями.

Таким образом, в диссертации методами теории дифференциальных уравнений, функционального анализа, теории полугрупп и групп преобразований изучены новые классы нестационарных задач без начальных данных для одномерного уравнения теплопроводности, коэффициенты которого имеют особенности. Введены и изучены новые классы канонических полугрупп линейных преобразований в функциональных пространствах, введенных в диссертации. Впервые установлены неравенства коэрцитивности для C_0– операторных многочленов.

Работа носит теоретический характер. Результаты диссертации дают теоретические обоснования корректной разрешимости задач для дифференциальных уравнений, используемых в механике, гидродинамике, тепломассопереносе и т.д. Они актуальны при численной реализации задач с применением высокоскоростных компьютерных технологий.

Материалы диссертации докладывались на Воронежской зимней математической школе в 2014 г., на Воронежской математической школе "Понтрягинские чтения" в 2013, 2014 гг., на Международной молодежной научной школе "Теория и численные методы решения обратных и некорректных задач" в 2012 г., а также на семинарах ВГУ по математическому моделированию (рук.— проф. В.А. Костин) и нелинейному анализу (рук.— проф. Ю.И. Сапронов, проф. Б.М. Даринский).

Основные результаты диссертации опубликованы в работах [1]—[8]. В совместных публикациях [1]—[8] в диссертацию вошли результаты, принадлежащие лично автору. Работы [1]—[3] опубликованы в журналах из перечня рецензируемых журналов и изданий, рекомендованных ВАК РФ.

Имеются следующие замечания, которые не влияют на положительную оценку работы:

1. Следовало снабдить вводный исторический обзор более подробными ссылками на общие монографии по теории полугрупп, например, Г.А.Свиридюка и В.Е.Фёдорова, А.Фавини и А.Яги, Р.Кэрролла, Х.Фатторини; по теории дробных интегралов И.Димовски, В.Киряковой, Н.А.Вирченко и В.Я.Рыбака; по дифференциальным уравнениям с дробными производными А.А.Килбаса, Х.Сриваставы и Х.Трухильо, И.Подлубного, а также на известные работы А.Н.Кочубея, А.В.Глушака, Е.Бажлековой.

2. Представляется, что было бы желательным дать более подробное обоснование выбора методики исследования для дифференциальных уравнений диффузии в главе второй. Эти уравнения исследовались ранее традиционными методами во многих работах, следовало указать недостатки и ограничения существующих методов, что оправдывает выбор для их изучения метода канонических полугрупп.

3. Вводимая в первой главе обобщённое сложение является с точностью до множителя известной величиной — средним относительно функции по терминологии из монографии Харди, Литтлвуд, Пойа "Неравенства" , или по современной терминологии — квазиарифметическим средним. Раздел теории неравенств, изучающий эту величину, часто называют теорией Колмогорова–Нагумо– де Финетти. Квазиарифметические средние находят многочисленные приложения в теории энтропии, математической экономике, квантовой физике, в том числе в исследованиях акад. В.П.Маслова, что отражено в диссертации.

4. В текстах работы и автореферата имеются досадные неточности и несогласованности, например, при оформлении списка литературы, что, однако, не отражается на в целом аккуратном изложении работы.

Таким образом, диссертационная работа Гим Метак Хамза Гим "Однопараметрические канонические полугруппы и корректные задачи без начальных условий для дифференциальных уравнений в банаховом пространстве" , является законченной научно-квалификационной работой, содержащей решение задач, имеющих важное значение как в теоретических исследованиях дифференциальных уравнений, так и при их численной реализации. Работа Гим Метак Хамза Гим удовлетворяет всем требования п. 9 "Положения о порядке присуждения ученых степеней" , утвержденного Постановлением Правительства РФ, которые предъявляются к диссертациям на соискание ученой степени кандидата наук. Автор, Гим Метак Хамза Гим, заслуживает присуждение ученой степени кандидата физико-математических наук по специальности 01.01.02 дифференциальные уравнения, динамические системы и оптимальное управление.

Кандидат физ.-мат. наук, доцент,
доцент кафедры высшей математики
Воронежского института МВД России С.М. Ситник

Электронная почта: mathsms@yandex.ru
Телефон: 8-910-243-7771

Подпись ______
удостоверяю
начальник отделения
делопроизводства и режима
Воронежского института
МВД России Е.М. Долгих